

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.05 Алгебры Ли и группы лиева типа

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

01.04.01.02 Алгебра, логика и дискретная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

Доктор физико-математических наук, Профессор, Нужин Яков

Нифантьевич;;;

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Основной задачей является ознакомление студентов с основами алгебр и групп Шевалле с перспективой написания курсовых и дипломных проектов.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задачами дисциплины являются:

В итоге изучения дисциплины «Алгебры Ли и группы лиева типа» студент должен уметь: находить структурные константы алгебр Шевалле, вычислять коммутаторы корневых элементов по коммутаторной формуле Шевалле.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1: Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</b>	
ПК-1.1: Обладает достаточными фундаментальными теоретическими и практическими знаниями математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности	Какие исследовательские вопросы стоят в рамках данной дисциплины Самостоятельно освоить темы дисциплины, углубляющие и детализирующие содержание лекционных и семинарских занятий Методами решения задач и проблем, входящими в рамки данной дисциплины
ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	Основные теории становления и методы изучаемой дисциплины Применять знания и методы к решению задач в научно-исследовательской деятельности Основными методами и программными продуктами для достижения поставленной цели

### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>0,94 (34)</b>	
занятия лекционного типа	0,47 (17)	
практические занятия	0,47 (17)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,06 (74)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п		Модули, темы (разделы) дисциплины		Контактная работа, ак. час.							
				Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
						Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
						Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС		
<b>1. Модуль I.</b>											
		1. Алгебраические системы и алгебры над полем.		1							
		2. Система корней евклидова пространства.		1							
		3. Классификация систем корней ранга 1 и 2.		1							
		4. Порождающие и определяющие соотношения групп Вейля.		1							
		5. Параболические подгруппы групп Вейля.		1							
		6. Алгебры Ли и их подалгебры.		1							
		7. Алгебраические системы и алгебры над полем. Алгебры Ли.				1					
		8. Система корней евклидова пространства, ее база и система положительных корней.				1					
		9. Основные типы неразложимых систем корней. Классификация неразложимых систем корней. Их представления.				1					

10. Теорема об определяющих соотношениях группы Вейля в терминах фундаментальных отражений.			1					
11. Картановское разложение системы корней полупростой комплексной алгебры Ли; теоремы существования и изоморфизма.			1					
12. Теоремы Шевалле о базисе и о структурных константах. Определение группы Шевалле над комплексным и над произвольным полями.			1					
13. Модуль I.							22	
<b>2. Модуль II.</b>								
1. Теоремы существования и изоморфизма.	1							
2. Алгебры и группы Шевалле.	1							
3. Представления унитарных элементов.	1							
4. Группы с (B,N)-парой	1							
5. Полевые, диагональные и графовые автоморфизмы.	1							
6. Описание автоморфизмов конечных групп Шевалле.	1							
7. Действие корневых элементов на базисе Шевалле.			1					
8. Лемма о сопряжении произвольным автоморфизмом экспоненты нильпотентного дифференцирования простой комплексной алгебры Ли.			1					
9. Коммутаторная формула Шевалле. Вычисление ее констант для групп Шевалле лиева ранга 2. Корневые подгруппы. Унитарная подгруппа и подгруппа $\langle X_a, X_b \rangle$ при линейно независимых $a$ и $b$ , их нильпотентность.			1					

10. Лемма Шевалле о существовании гомоморфизма $SL(2, K)$ на подгруппу $\langle X_r, X_{-r} \rangle$ . Диагональные и мономиальные элементы, их выражение через корневые элементы и действие на базис Шевалле. $K$ -характеры решетки корней.			1					
11. Диагональная подгруппа $H$ . Решетка фундаментальных весов. Характеризация $K$ -характеров, определяющих автоморфизмы из $H$ . $H$ - инвариантность корневых подгрупп. Подгруппа Бореля.			1					
12. Мономиальная подгруппа; теорема об ее гомоморфизме на группу Вейля.			1					
13. Модуль $\Pi$ .							22	
<b>3. Модуль <math>\Pi</math>.</b>								
1. Скрученные системы корней и их группы Вейля.	1							
2. Скрученные группы Шевалле.	1							
3. Унипотентные и диагональные подгруппы скрученных групп.	1							
4. Группы Ли типа ранга 1.	1							
5. Матричное представление и подгрупповое строение групп $P_i$ .	1							
6. Теорема о существовании $(B, N)$ -пары в группе Шевалле.			1					
7. Основные свойства групп с $(B, N)$ -парой: разложение Брюа, критерий равенства двойных классов, описание параболических подгрупп и их нормализаторов.			1					
8. Теорема о канонической форме элементов группы Шевалле.			1					

9. Признак простоты группы с (B,N)-парой. Теорема о простоте групп Шевалле. Порядки конечных групп Шевалле.			1					
10. Группы лиева типа ранга 1.			1					
11. Модуль III.							30	
Всего	17		17				74	



## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Стейнберг Р., Кириллов А. А. Лекции о группах Шевалле: перевод с английского(Москва: Мир).
2. Серр Ж.-П., Волынский А. Б., Онищик А. Л. Алгебры Ли и группы Ли: перевод с английского и французского(Москва: Мир).
3. Борель А., Кэртис Ч. У., Спрингер Т. А., Штейнберг Р., Ивахори Н., Картер П., Кириллов А. А. Семинар по алгебраическим группам: сборник статей(Москва: Мир).
4. Хамфри Д. Е., Платонов В. П. Линейные алгебраические группы: пер. с англ.(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
5. Газданова М. А., Нужин Я. Н. Строго вещественные унипотентные подгруппы групп лиева типа: диссертация ... кандидата физико-математических наук(Красноярск: Б. и.).
6. Горенштейн Д. Конечные простые группы: введение в их классификацию: перевод с английского(Москва: Мир).
7. Левчук В. М. Алгебры и группы Шевалле и ассоциированные системы корней: учеб. пособие(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Пакет Microsoft Office, ОС Windows XP/7/8/10, браузер Google Chrome/Opera/Mozilla Firefox,
2. информационные справочные системы: google.com, yandex.ru и т.д.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий требуется оборудованная доской аудитория.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.